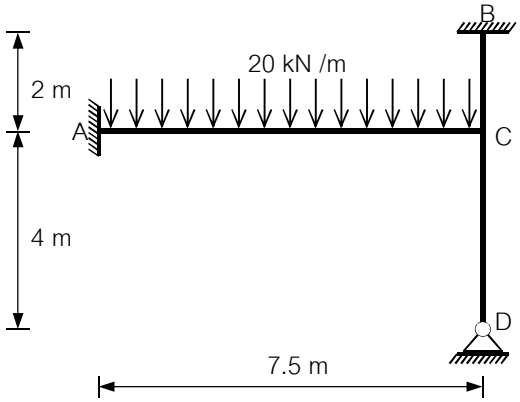
ข้อ 1 จงวิเคราะห์โครงข้อแข็ง (Frame) ข้างล่างนี้โดยวิธี Slope-Deflection โดยต้องการทราบ

ก) ค่ามุมหมุน (Rotation) ที่จุด C และ D

ข) โมเมนต์ดัดที่ปลายของทุกชิ้นส่วน

กำหนดให้ E และ I เป็นค่าคงที่
และมีค่าเท่ากันในทุกชิ้นส่วน



1. หาค่า Fixed end moment $M^F_{BC} = M^F_{CB} = M^F_{CD} = M^F_{DC} = 0$

M^F_{AC} = -93.75 kN-m ...$(-20 \cdot 7.5^2/12)$

M^F_{CA} = 93.75 kN-m ...$(20 \cdot 7.5^2/12)$

2. เขียนสมการ Slope deflection

M_{AC} = 0.533 EI ~~θ_A~~ 0 + 0.267 EI θ_C - 93.75

M_{CA} = 0.267 EI ~~θ_A~~ 0 + 0.533 EI θ_C + 93.75

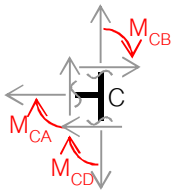
M_{BC} = 2.000 EI ~~θ_B~~ 0 + 1.000 EI θ_C

M_{CB} = 1.000 EI ~~θ_B~~ 0 + 2.000 EI θ_C

M_{CD} = 1.000 EI θ_C + 0.500 EI θ_D

M_{DC} = 0.500 EI θ_C + 1.000 EI θ_D สรุป: มีตัวแปร 2 ตัว คือ θ_C และ θ_D

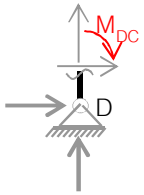
3. เขียนสมการสมดุล



สมดุลของโมเมนต์ที่จุด C: $\Sigma M_{(C)} = 0$; $M_{CA} + M_{CB} + M_{CD} = 0$;

3.533 EI θ_C + 0.500 EI θ_D = - 93.75 --> (1)

FBD ของ Joint B



สมดุลของโมเมนต์ที่จุด D: $\Sigma M_{(D)} = 0$; $M_{DC} = 0$;

0.500 EI θ_C + 1.000 EI θ_D = 0.0 --> (2)

FBD ของ Joint D

4. แก้สมการ (1) และ (2) ได้ค่าการเคลื่อนที่ θ_C = -28.55 / (EI), θ_D = 14.28 / (EI) } ตอบ ก

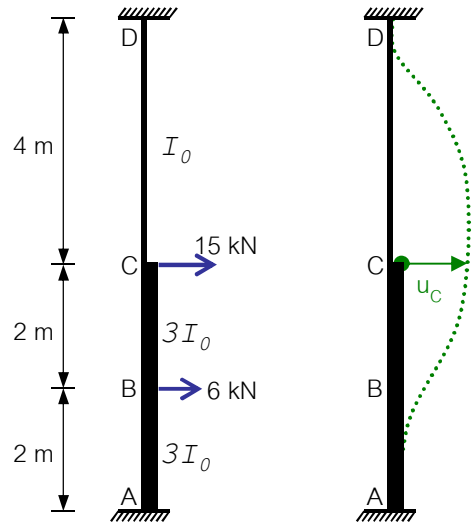
5. แทนค่าการเคลื่อนที่ในสมการ Slope deflection ได้ค่าโมเมนต์ดัดที่ปลายของชิ้นส่วน

M_{AC} = -101.4 kN-m ↶ ตอบ ข M_{CB} = -57.1 kN-m ↶

M_{CA} = 78.5 kN-m ↷ M_{CD} = -21.4 kN-m ↶

M_{BC} = -28.6 kN-m ↶ M_{DC} = 0.0 kN-m ตอบ ข

ข้อ 2



จงวิเคราะห์โครงสร้างข้างล่างนี้โดยวิธี Slope-Deflection โดยต้องการทราบ

ก) มุมหมุนและการเคลื่อนที่ในแนวราบที่จุด C

ข) เขียน SFD

ค) เขียน BMD

กำหนดให้ E และ I_0 เป็นค่าคงที่

1. โครงสร้างนี้มี Joint translation ที่จุด B (1 รูปแบบ)

คือ u_C

2. หาค่า Fixed end moment (จากแรง 6 kN)

M^F_{AC} = -3.00 kN-m ...(- 6·4/8)

M^F_{CA} = 3.00 kN-m ...(6·4/8)

3. เขียนสมการ Slope deflection

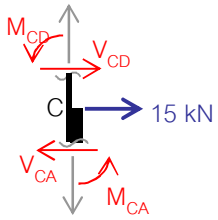
M_{AC} = $3.000\ EI_0\ \theta_A$ + $1.500\ EI_0\ \theta_C$ - $1.125\ EI_0\ u_C$ - 3.00

M_{CA} = $1.500\ EI_0\ \theta_A$ + $3.000\ EI_0\ \theta_C$ - $1.125\ EI_0\ u_C$ + 3.00

M_{CD} = $1.000\ EI_0\ \theta_C$ + $0.500\ EI_0\ \theta_D$ + $0.375\ EI_0\ u_C$

M_{DC} = $0.500\ EI_0\ \theta_C$ + $1.000\ EI_0\ \theta_D$ + $0.375\ EI_0\ u_C$

4. เขียนสมการสมดุล



FBD ของ Joint B

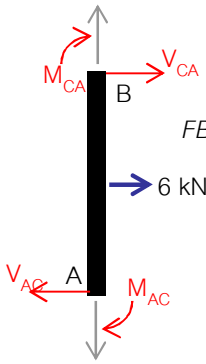
พิจารณา FBD ของ Joint C

- สมดุลของโมเมนต์ที่ Joint C ; $\sum M_{(C)} = 0$; $M_{CA} + M_{CD} = 0$; --> (1)

แทนสมการของ M_{CA} และ M_{CD} จากขั้นตอนที่ 3 ลงในสมการ (1) ได้

$4.0\ EI_0\ \theta_C$ - $0.750\ EI_0\ u_C$ + 3.00 = 0 --> (1a)

- สมดุลของแรงในแนวราบที่ Joint C $\sum F_X = 0$; $V_{CA} - V_{CD} = 15$; --> (2)



FBD ของชิ้นส่วน AC

$\sum M_{(A)} = 0$;

$V_{CA} = -(M_{AC} + M_{CA} + 6·2)/4$;

FBD ของชิ้นส่วน CD

$\sum M_{(C)} = 0$;

$V_{CD} = -(M_{CD} + M_{DC})/4$

แทนค่า V_{CA} และ V_{CD} ลงในสมการ (2) ได้ $-(M_{AC} + M_{CA} + 6·2)/4 + (M_{CD} + M_{DC})/4 = 15$ --> (2a)

แทนสมการของ M_{AC}, M_{CA}, M_{CD} และ M_{DC} จากขั้นตอนที่ 3 ลงในสมการ (2) ได้

$-0.750\ EI_0\ \theta_C$ + $0.750\ EI_0\ u_C$ -18 = 0 --> (2b)

5. แก้สมการได้ค่าการเคลื่อนที่ θ_C = 4.62 / (EI_0) ↻ ; u_C = 28.6 / (EI_0) → } ตอบ ก

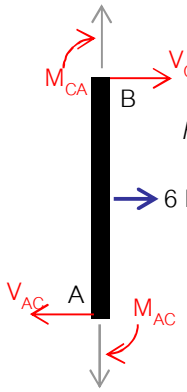
6. แทนค่าการเคลื่อนที่ในสมการ Slope deflection (จากขั้นตอนที่ 3) ได้ค่าโมเมนต์ดัดที่ปลายของชิ้นส่วน

M_{AC} = -28.27 kN-m ↺ M_{CD} = 15.35 kN-m ↻

M_{CA} = -15.35 kN-m ↺ M_{DC} = 13.04 kN-m ↻

7. หาค่าแรงเฉือนที่ปลายชิ้นส่วน

พิจารณา FBD ของชิ้นส่วน AC และ CD



FBD ของชิ้นส่วน AC

$\sum M_{(A)} = 0$;

$V_{CA} = -(M_{AC} + M_{CA} + 6 \cdot 2)/4$;

V_{CA} = 7.9 kN

$\sum F_X = 0$;

$V_{AC} = V_{CA} + 6$;

V_{AC} = 13.9 kN

FBD ของชิ้นส่วน CD

$\sum M_{(C)} = 0$;

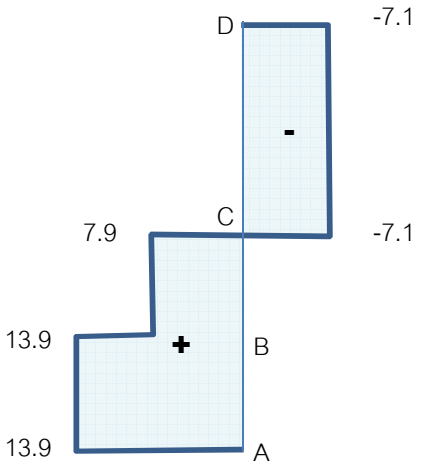
$V_{CD} = -(M_{CD} + M_{DC})/4$

V_{CD} = -7.1 kN

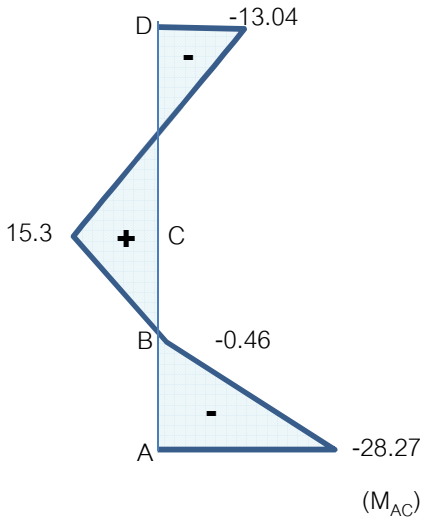
$\sum F_X = 0$;

$V_{DC} = V_{CD}$;

V_{DC} = -7.1 kN



SFD (kN)



BMD (kN-m)